

1. Czy prawdziwa jest nierówność

a)  $28^{333} > 3^{999}$ ;

b)  $3^{111} \geq 2^{222}$ ;

c)  $11^{222} > 4^{333}$ ;

d)  $15^{111} > 2^{444}$ ?

2. Czy liczba  $16!$  jest podzielna przez

a) 240;

b) 85;

c) 121;

d) 143?

3. Czy liczba  $3^{\log_{27} n}$  jest wymierna dla

a)  $n = 8$ ;

b)  $n = 16$ ;

c)  $n = 25$ ;

d)  $n = 64$ ?

4. Czy liczba  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$  jest całkowita dla

a)  $a = 2^{16} \cdot 3^{15}, b = 2^{34} \cdot 3^{14}$ ;

a)  $a = 2^{16} \cdot 3^{14}, b = 2^{34} \cdot 3^{14}$ ;

a)  $a = 2^{16} \cdot 3^{15}, b = 2^{33} \cdot 3^{14}$ ;

a)  $a = 2^{11} \cdot 3^{12}, b = 2^{32} \cdot 3^{15}$ ?

5. Czy liczba  $a$  jest wymierna gdy

a)  $a = \sqrt{485} + 1$ ;

b)  $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ ;

c)  $a = \sqrt{27} - \sqrt{3}$ ;

d)  $a = 1 - \sqrt{2} - \frac{1}{1-\sqrt{2}}$ ?

6. Czy istnieje trójkąt ostrokątny którego pewne dwa boki mają długość

a) 3 i 7;

b) 5 i 7;

c) 5 i 8;

d) 2 i 3?

7. Czy pośród prostokątów o polu 36 istnieje prostokąt o przekątnej równej

- a) 6;
- b) 7;
- c) 8;
- d) 9?

8. Czy na okręgu o promieniu 10 można opisać wielokąt wypukły o obwodzie

- a) 32;
- b) 63;
- c) 61;
- d) 2009?

9. Niech  $A = \{101, 102, 103, \dots, 199\}$ . Niech  $T$  będzie ilością tych  $n \in A$  dla których symbol Newtona  $\binom{n}{4}$  jest nieparzysty. Czy

- a)  $T \geq 23$ ;
- b)  $T < 31$ ;
- c)  $T$  jest parzyste;
- d)  $T$  jest nieparzyste?

10. Czy istnieją dwie różne liczby rzeczywiste  $x$  spełniające  $x^2 + 4x = a$ , jeśli

- a)  $a = -4$ ;
- b)  $a = -5$ ;
- c)  $a = -3$ ;
- d)  $a = -2$ ?

11. Czy istnieją liczby całkowite  $a, b$  takie, że  $a^2 + b^2 + 1$  jest podzielne przez

- a) 5;
- b) 28;
- c) 7;
- d) 945?

12. Czy istnieją liczby rzeczywiste  $x$  takie, że

- a)  $|x - 4| + |x - 10| = 5$ ;
- b)  $|x - 4| + |x - 10| = 6$ ;
- c)  $|x - 4| + |x - 10| = 7$ ;
- d)  $|x - 4| + |x - 10| = 8$ ?

**13.** Czy istnieją liczby niewymierne  $a, b$ , że

- a) liczby  $a + b$  i  $a - b$  są wymierne;
- b) liczby  $a + b$  i  $ab$  są wymierne;
- c) liczby  $a + 3b$  i  $4a + 12b$  są wymierne;
- d) liczby  $a + 3b$  i  $2a + 4b$  są wymierne?

**14.** Czy dla dowolnego rosnącego ciągu arytmetycznego  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$  o wyrazach dodatnich zachodzi nierówność

- a)  $a_{10} \leq 10a_1$ ;
- b)  $a_9 \leq 9a_2$ ;
- c)  $a_2 + a_7 \geq a_4 + a_5$ ;
- d)  $a_2 + a_8 \leq a_4 + a_7$ ?

**15.** W pewnym kraju 50% mieszkańców to kobiety, 60% mieszkańców ma komputer, 80% mieszkańców nie lubi szpinaku. Czy stąd wynika, że

- a) więcej niż połowa kobiet nie lubi szpinaku;
- b) więcej niż połowa posiadaczy komputera to kobiety;
- c) mniej niż połowa mieszkańców lubiących szpinak ma komputer;
- d) mniej niż połowa osób nie posiadających komputera lubi szpinak?

**16.** Czy ciąg  $(a_n)$  określony podanym wzorem, ma przy  $n$  zbiegającym do nieskończoności granicę równą  $\frac{2}{3}$

- a)  $a_n = \frac{2n^{25} + 231}{3n^{25}}$ ;
- b)  $a_n = \frac{n + 2}{n + 3}$ ;
- c)  $a_n = \frac{n + 3}{n + 5}$ ;
- d)  $a_n = \frac{n^2 + 2}{n^2 + 3}$ ?

**17.** Czy liczba  $30!$  jest podzielna przez

- a)  $7^5$ ;
- b)  $5^7$ ;
- c)  $3^{14}$ ;
- d)  $2^{27}$ ?

**18.** Czy część wspólna sfery i płaszczyzny może być

- a) okręgiem;
- b) elipsą nie będącą okręgiem;

- c) zbiorem jednopunktowym;
- d) zbiorem trzypunktowym?

**19.** Niech  $\alpha = 20^\circ$ . Czy stąd wynika, że

- a)  $\cos(8\alpha) < \sin(3\alpha)$ ;
- b)  $\sin(2\alpha) < \sin(7\alpha)$ ;
- c)  $\cos(2\alpha) < \sin(6\alpha)$ ;
- d)  $\cos(4\alpha) < \cos(5\alpha)$ ?

**20.** Czy jest prawdą, że

- a)  $\sin^2(29^\circ) + 5 \cos^2(29^\circ) < 4$ ;
- b)  $\sin^2(44^\circ) + 5 \cos^2(44^\circ) < 3$ ;
- c)  $\sin^2(46^\circ) + 5 \cos^2(46^\circ) < 3$ ;
- d)  $\sin^2(59^\circ) + 5 \cos^2(59^\circ) < 2$ ;

**21.** Czy podany wielomian jest podzielny przez  $x^5 - x^3$

- a)  $2x^{25} + x^{24} - x^{13} - x^3 - x^2$ ;
- b)  $x^{51} - x^{50} - 2x^{49} + x^4 + x^3$ ;
- c)  $x^{15} - x^{10}$ ;
- d)  $x^{12} - x^{10}$ ?

**22.** Czy równość  $\frac{1}{n - \sqrt{m}} = n + \sqrt{m}$  jest prawdziwa dla

- a)  $m = 5, n = 2$ ;
- b)  $m = 10, n = 3$ ;
- c)  $m = 15, n = 4$ ;
- d)  $m = 25, n = 6$ ?

**23.** Czy nierówność  $(1 - \sqrt{2})^n < (1 - \sqrt{3})^n$  jest prawdziwa dla

- a)  $n = -8$ ;
- b)  $n = -3$ ;
- c)  $n = 2$ ;
- d)  $n = 5$ ?

**24.** Czy monetami o nominałach 7 i 10 talarów można wypłacić

- a) 53 talary;
- b) 36 talarów;
- c) 86 talarów;

d) 34 talary?

**25.** Czy istnieją takie liczby rzeczywiste dodatnie  $x, y, z$ , że  $x + y + z = 6$  oraz

a)  $xyz = 6$ ;

b)  $xyz = 9$ ;

c)  $xyz = 8$ ;

d)  $xyz = 7$ ?

**26.** Czy nierówność  $x^2 + 8 < 6x$  jest spełniona dla

a)  $x = 2^{\sqrt{7}}$ ;

b)  $x = 2^{\sqrt{5}}$ ;

c)  $x = 2^{\sqrt{2}}$ ;

d)  $x = 2^{\sqrt{3}}$ ?

**27.** Czy podana nierówność jest spełniona dla dowolnych liczb dodatnich  $x, y$

a)  $x^2y^3 < x^4 + y^4$ ;

b)  $x^2y^3 < x^5 + y^5$ ;

c)  $x^2y^3 < x^7 + y^8$ ;

d)  $x^2y^3 < x + y$ ?

**28.** Czy liczba przekątnych w  $n$ -kącie wypukłym jest parzysta, jeżeli

a)  $n = 4$ ;

b)  $n = 5$ ;

c)  $n = 6$ ;

d)  $n = 7$ ?

**29.** Czy funkcja  $x^2 - 6x + 13$  jest monotoniczna na przedziale

a)  $(-3, -1)$ ;

b)  $(-3, 4)$ ;

c)  $(0, 4)$ ;

d)  $[3, 23)$ ?

**30.** Dwa boki trójkąta mają długość 4 i 5. Czy trójkąt jest ostrokątny, jeśli trzeci bok ma długość

a) 6;

b) 3;

c) 2;

d) 7?